



★-Aufgabe: 2D-Hügel

Revision *daac19c* (2021-04-19)

Sei M eine $n \times n$ Matrix (ein zweidimensionales Feld). Ein Eintrag $M[i][j]$ ist ein Hügel, wenn er nicht kleiner ist als seine Nachbarn im N,O,S,W ist (das heißt $M[i][j] \geq M[i][j-1]$, $M[i][j] \geq M[i+1][j]$, $M[i][j] \geq M[i][j+1]$, und $M[i][j] \geq M[i-1][j]$; die Randfälle sind analog zu den Hügeln im 1D-Fall zu verstehen). Wir wollen nun einen effizienten Algorithmus entwerfen, der einen Hügel in M findet.

- Gib einen einfachen Algorithmus an, der $O(n^2)$ Zeit braucht.
- (schwer) Gib einen Algorithmus an, der $O(n \log n)$ Zeit braucht. Begründe, wieso die Laufzeitschranke gilt. *Hinweis:* Beginne, indem du die maximale Zahl in der mittleren Spalte findest, und benutze dies, um das Problem rekursiv zu lösen.
- (sehr schwer) Gib einen Algorithmus an, der $O(n)$ Zeit braucht. Begründe, wieso die Laufzeitschranke gilt. *Hinweis:* Konstruiere einen rekursiven Algorithmus, der M in 4 Quadranten aufteilt.

Spezielle Bewertungskriterien. Die Abgabe wird *akzeptiert*, wenn b) vollständig und korrekt gelöst wurde und dabei fast keine Abstriche in den allgemeinen Bewertungskriterien erkennbar sind, oder wenn c) vollständig und korrekt gelöst wurde und dabei höchstens leichte und lokal begrenzte Abstriche in den allgemeinen Bewertungskriterien erkennbar sind. Es genügt also, nur die Lösung zu b) oder nur die Lösung zu c) abzugeben.

Allgemeine Bewertungskriterien. Die folgenden Kriterien werden erwartet:

Autor:innen. Alle Autor:innen des Dokuments sind namentlich genannt.

Eigene Arbeit. Alle Regeln zum Zusammenarbeiten bei ★-Aufgaben wurden befolgt.

Rechtschreibung und Grammatik. Der Text ist annähernd fehlerfrei, und durchgehend in grammatikalisch korrekten und ganzen Sätzen geschrieben. *If you prefer to submit your solutions in English, please do so.*

Struktur. Der Text ist in nachvollziehbarer und zielgerichteter Weise strukturiert. Die Lösung zu einer Algorithmenaufgabe ist typischerweise wie folgt strukturiert:

- Grobe Idee: Zunächst wird die Idee des Algorithmus *in wenigen Worten* beschrieben.
- Formale Beschreibung: Der Algorithmus wird in natürlicher Sprache, Pseudocode, oder Code präzise, eindeutig und kompakt beschrieben.
- Korrektheitsbeweis: Die Korrektheit des Algorithmus wird bewiesen.
- Laufzeitanalyse: Die Laufzeit des Algorithmus wird analysiert.

Insbesondere sollten diese vier Aspekte klar getrennt sein und nicht ineinander fließen.

Korrektheit. Der Text enthält keine Widersprüche oder unzulässigen Folgerungen.

Leserliche Handschrift. (falls relevant) Die Handschrift ist durchgehend ohne Mühe lesbar.

Mathematik. Mathematische Ausdrücke sind korrekt gesetzt (z.B. n^2 anstatt n^2) und die mathematischen Ausdrücke sind grammatikalisch korrekt in die Satzstruktur eingebettet.

Wissenschaftssprache. Der sprachliche Ausdruck ist sachorientiert mit treffender Wortwahl und präzisen Formulierungen. Fachbegriffe werden einheitlich, präzise und auf den Inhalt der Kurse bezogen verwendet.