



★-Aufgabe: Rekursionen auf Bäumen

Revision *5ceeaef* (2021-06-28)

Sei T ein Binärbaum. Jeder Knoten x von T hat die Eigenschaften $x.parent$, $x.left$ und $x.right$, welche auf den Elternknoten sowie auf das linke und rechte Kind von x verweisen. Wenn der Knoten keine Kinder hat (z.B. die Blätter) oder keinen Elternknoten hat (die Wurzel $root$), wird der jeweilige Wert auf `null` gesetzt. Des Weiteren hat jeder Knoten x eine Eigenschaft $x.size$, die auf einen Integer gesetzt werden kann. Betrachte den folgenden Algorithmus.

```
procedure ZERO(x)
  if x ≠ null then
    ZERO(x.left)
    ZERO(x.right)
```

- Analysiere die Laufzeit von $ZERO(x)$, wenn das Argument x die Wurzel eines Teilbaums mit n Knoten ist.
- Sei $T(x)$ der Teilbaum mit Wurzel x und sei $|T(x)|$ die Anzahl an Knoten in $T(x)$. Entwirf einen rekursiven Algorithmus $INITSIZE(x)$, der für einen gegebenen Knoten x und alle Knoten y im Teilbaum $T(x)$ die Variable $y.size$ auf $|T(y)|$ setzt. Schreibe den Algorithmus in Pseudocode auf und analysiere die asymptotische Laufzeit als Funktion von $|T(x)|$.
- Wir bezeichnen eine Kante (x, y) von Knoten x zu einem seiner Kinder y als *rot* genau dann, wenn $|T(x)| \geq 2 \cdot |T(y)|$. Entwirf einen rekursiven Algorithmus $REDEGE(x)$, der die Anzahl an roten Kanten im Teilbaum $T(x)$ berechnet. Schreibe den Algorithmus in Pseudocode auf und analysiere die asymptotische Laufzeit als Funktion von $|T(x)|$.
- Wie viele rote Kanten treten in einem Pfad von der Wurzel zu einem Blatt auf? Gib asymptotische obere und untere Schranken an. Begründe deine Antwort.

Hinweise zur Abgabe. Um einen ★ zu erhalten, müssen alle Aufgabenteile vollständig und weitgehend korrekt bearbeitet werden. Erwartet wird bei a) nur die Laufzeitanalyse, bei b) nur der Pseudocode und die Laufzeitanalyse, bei c) nur der Pseudocode und die Laufzeitanalyse, und bei d) nur die asymptotischen Schranken und eine Begründung.