

Plenum Woche 2 · Donnerstag · ALGO1 · SoSe 2023

- Erinnerungsübung
- Schriftliche Aufgabe: 2D-Hügel
- Arbeit an Übungsaufgaben



Plenum Woche 2 · Donnerstag · ALGO1 · SoSe 2023

- **Erinnerungsübung**
- Schriftliche Aufgabe: 2D-Hügel
- Arbeit an Übungsaufgaben



Aus dem Gedächtnis (5 Minuten, alleine)

Nimm ein Blatt Papier oder ein Tablet.

1. An welchen Stellen in der Analyse von binärer Suche, insertion sort und merge sort wird der kleine Satz von Gauß bzw. die geometrische Reihe benutzt?
2. Wie wird es benutzt?

Gespräch mit Banknachbarn (10 Minuten)

Nimm ein Blatt Papier oder ein Tablet.

1. An welchen Stellen in der Analyse von binärer Suche, insertion sort und merge sort wird der kleine Satz von Gauß bzw. die geometrische Reihe benutzt?
2. Wie wird es benutzt?

Erst wenn beide alles verstanden haben:
Bearbeitet das Übungsblatt

Fragen?

Plenum Woche 2 · Donnerstag · ALGO1 · SoSe 2023

- Erinnerungsübung
- **Schriftliche Aufgabe: 2D-Hügel**
- Arbeit an Übungsaufgaben



2D-Hügel Aufgabe c)

- **Zunächst eine Frage:**

Hat jede $(n \times n)$ -Matrix M einen Hügel?

- **Ja! Beweis:**

- M hat einen maximalen Eintrag, z.B. $M[i][j]$.
- Dann gilt insbesondere $M[i][j] \geq$ Nachbarn
- Daher ist $M[i][j]$ ein Hügel.

Matrizen

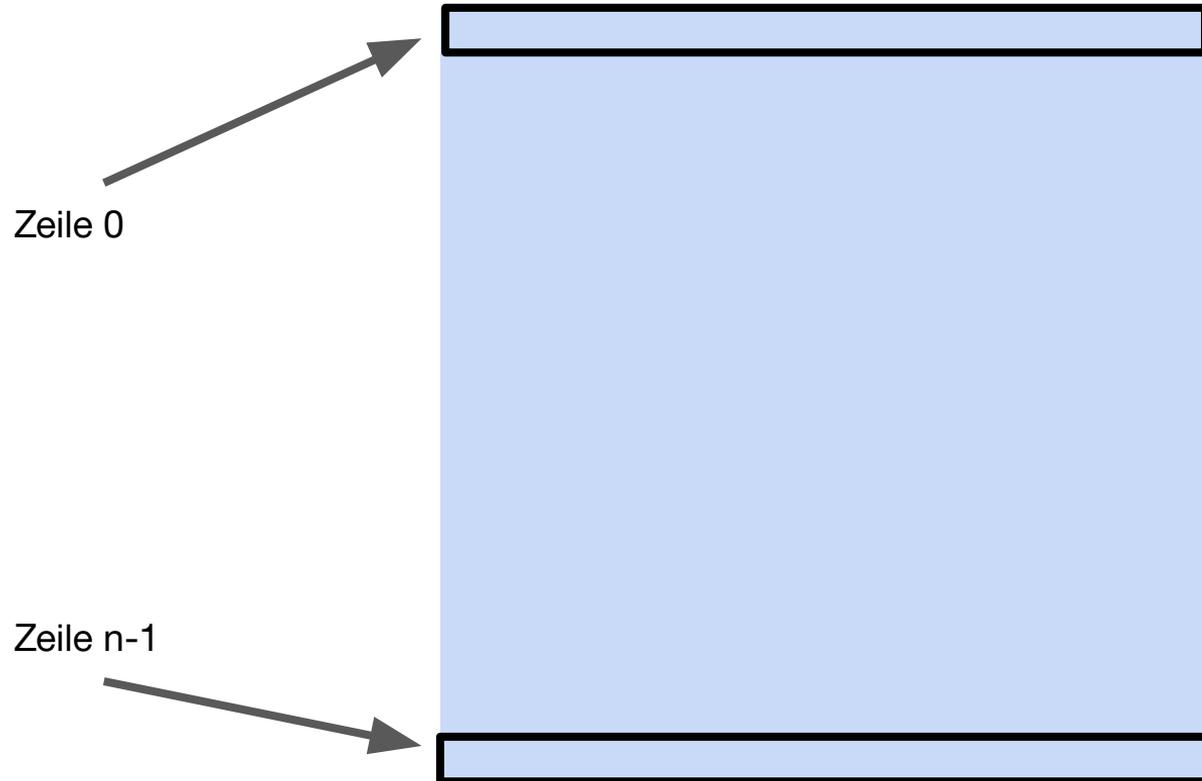
$M[i][j]$

Zeilenindex

Spaltenindex

Reihenindex

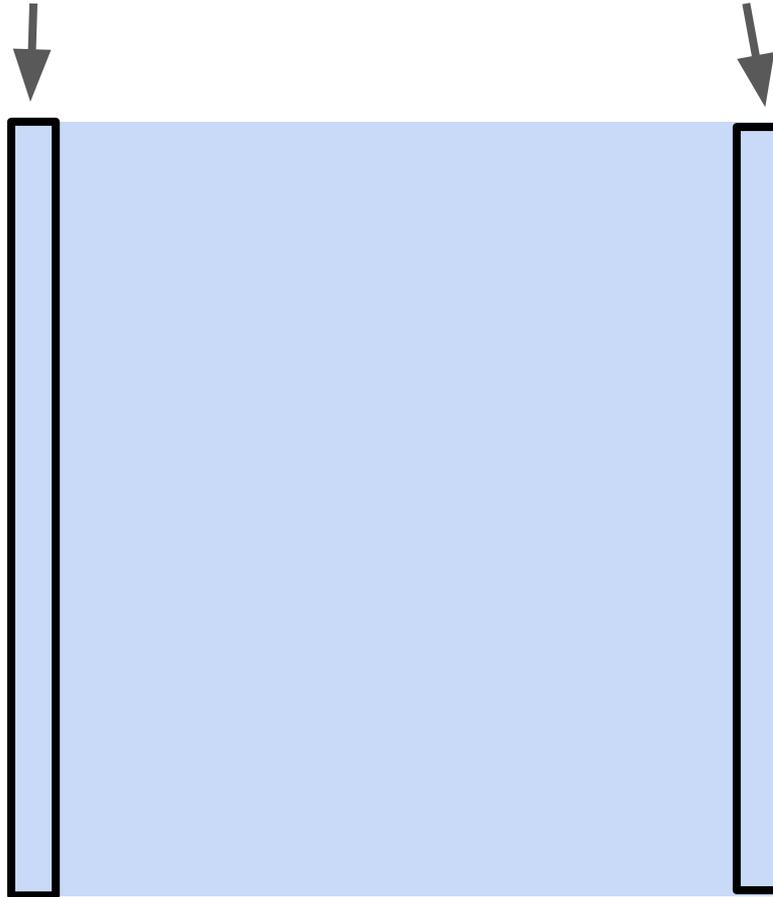
Matrizen



Matrizen

Spalte 0

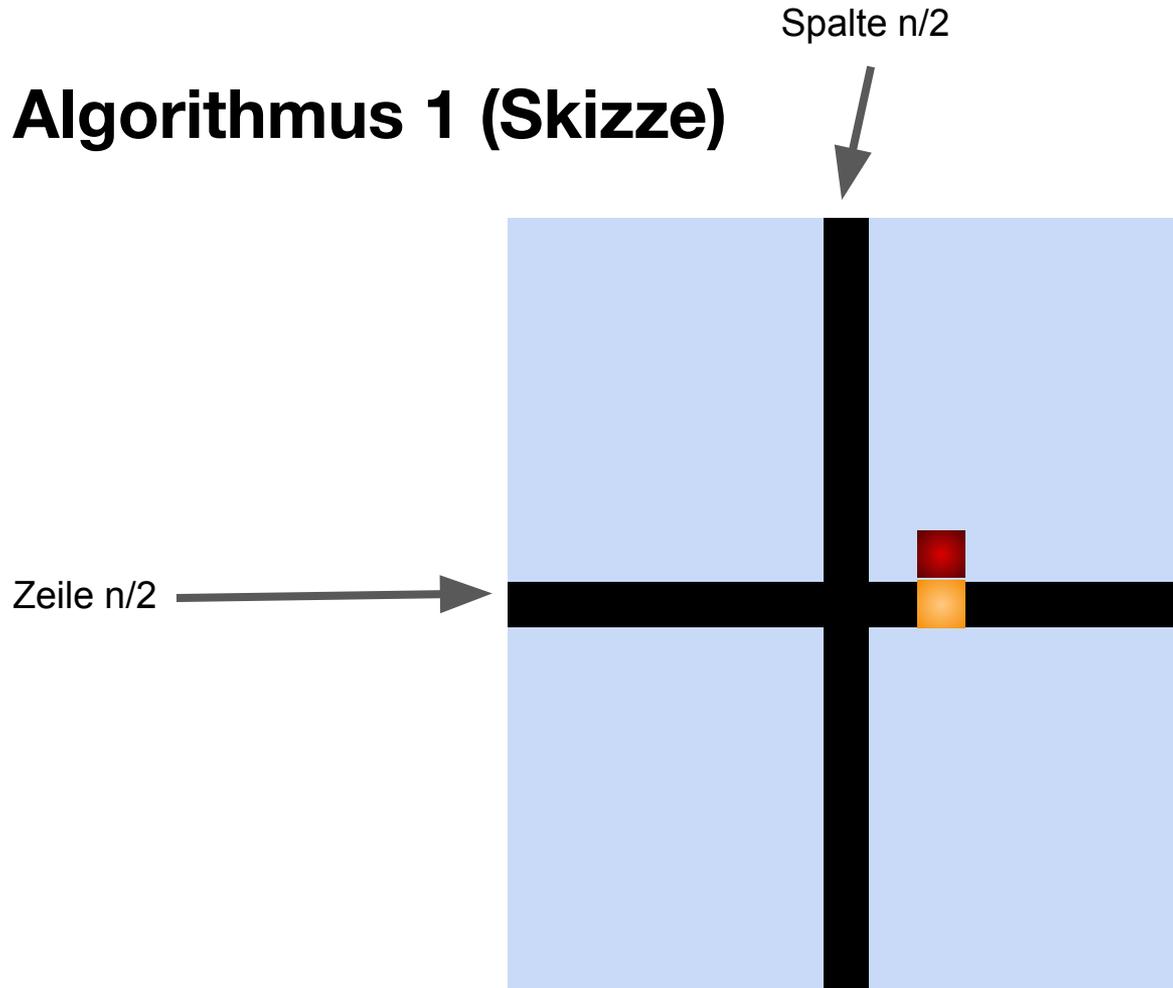
Spalte n-1



Intuition

“Immer den Berg hochgehen führt zu einem Hügel.”

Algorithmus 1 (Skizze)

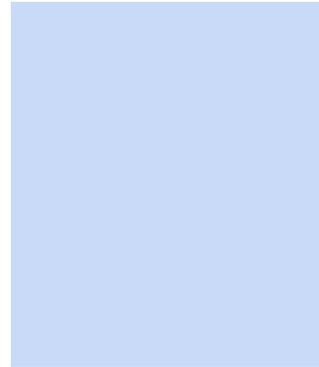


1. Finde Maximum  unter den Einträgen im Mittelkreuz.

2. Finde Nachbar  echt größer als .

3. Gehe mit dem Quadranten, der  enthält, in Rekursion.

Algorithmus 1 (Skizze)



1. Finde Maximum  unter den Einträgen im Mittelkreuz.

2. Finde Nachbar  echt größer als .

3. Gehe mit dem Quadranten, der  enthält, in Rekursion.

Dieser Algorithmus hat Laufzeit $O(n)$,
aber ist nicht korrekt.

Algorithmus 1 (Laufzeit)

- Maximum auf Mittelkreuz finden braucht **cn** Zeit.
- rekursiver Aufruf reduziert **n** (=Zeilenzahl=Spaltenzahl) auf **n/2**.

$$T(n) = T(n/2) + cn = \dots = cn + cn/2 + cn/4 + \dots = 2cn = O(n)$$

Algorithmus 1 (Gegenbeispiel)

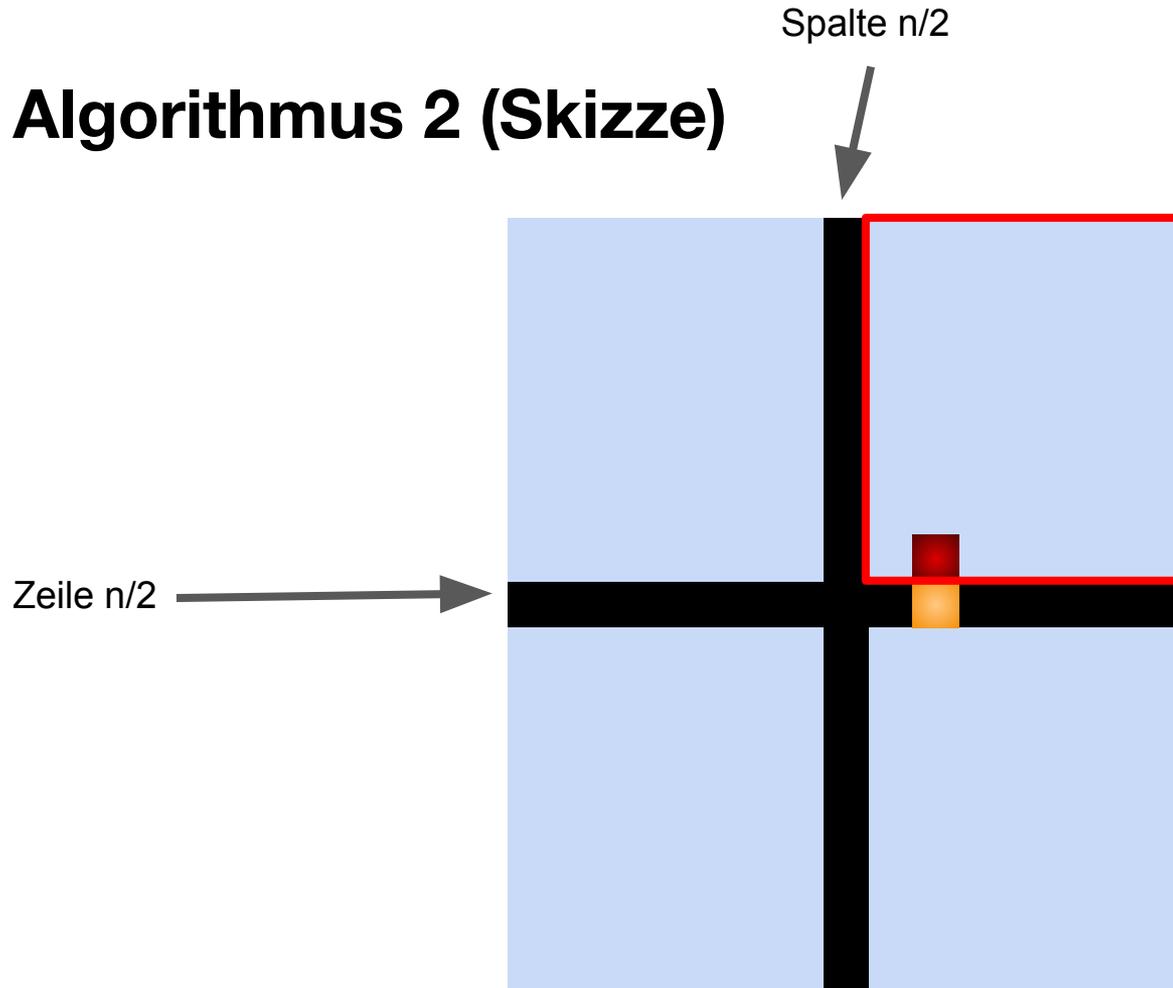
9	9	9	8	2	1	0
9	9	9	8	0	0	0
9	9	9	8	0	0	10
8	8	8	8	8	8	9
9	9	9	8	9	9	9
9	9	9	8	9	9	9
9	9	9	8	9	9	9

Algorithmus 1 (Gegenbeispiel)

Das ist kein Hügel

9	9	9	8	2	1	0
9	9	9	8	0	0	0
9	9	9	8	0	0	10
8	8	8	8	8	8	9
9	9	9	8	9	9	9
9	9	9	8	9	9	9
9	9	9	8	9	9	9

Algorithmus 2 (Skizze)

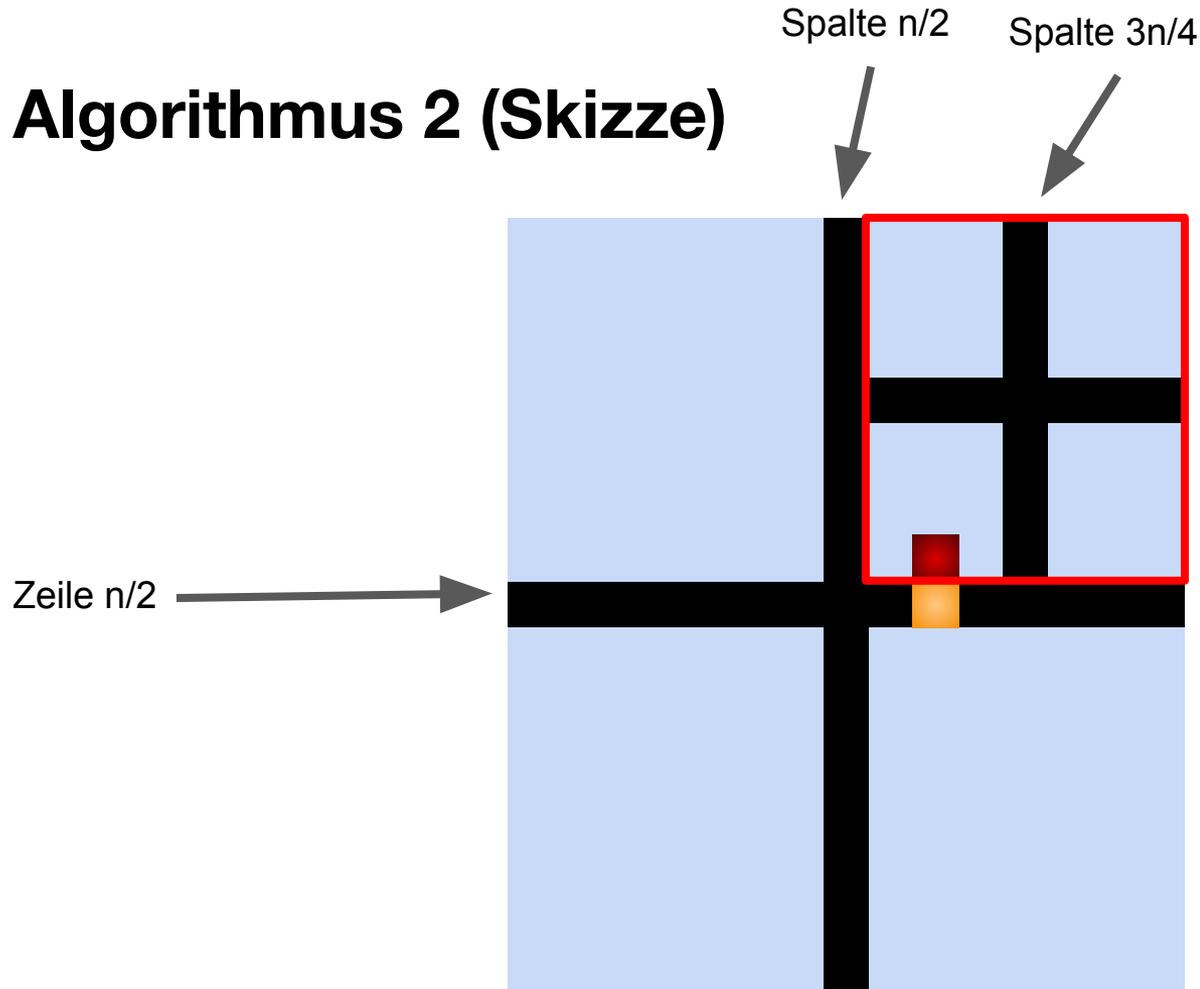


1. Finde Maximum  unter allen schwarzen Einträgen

2. Finde Nachbar  echt größer als .

3. Gehe mit dem Quadranten, der  enthält, in Rekursion.

Algorithmus 2 (Skizze)

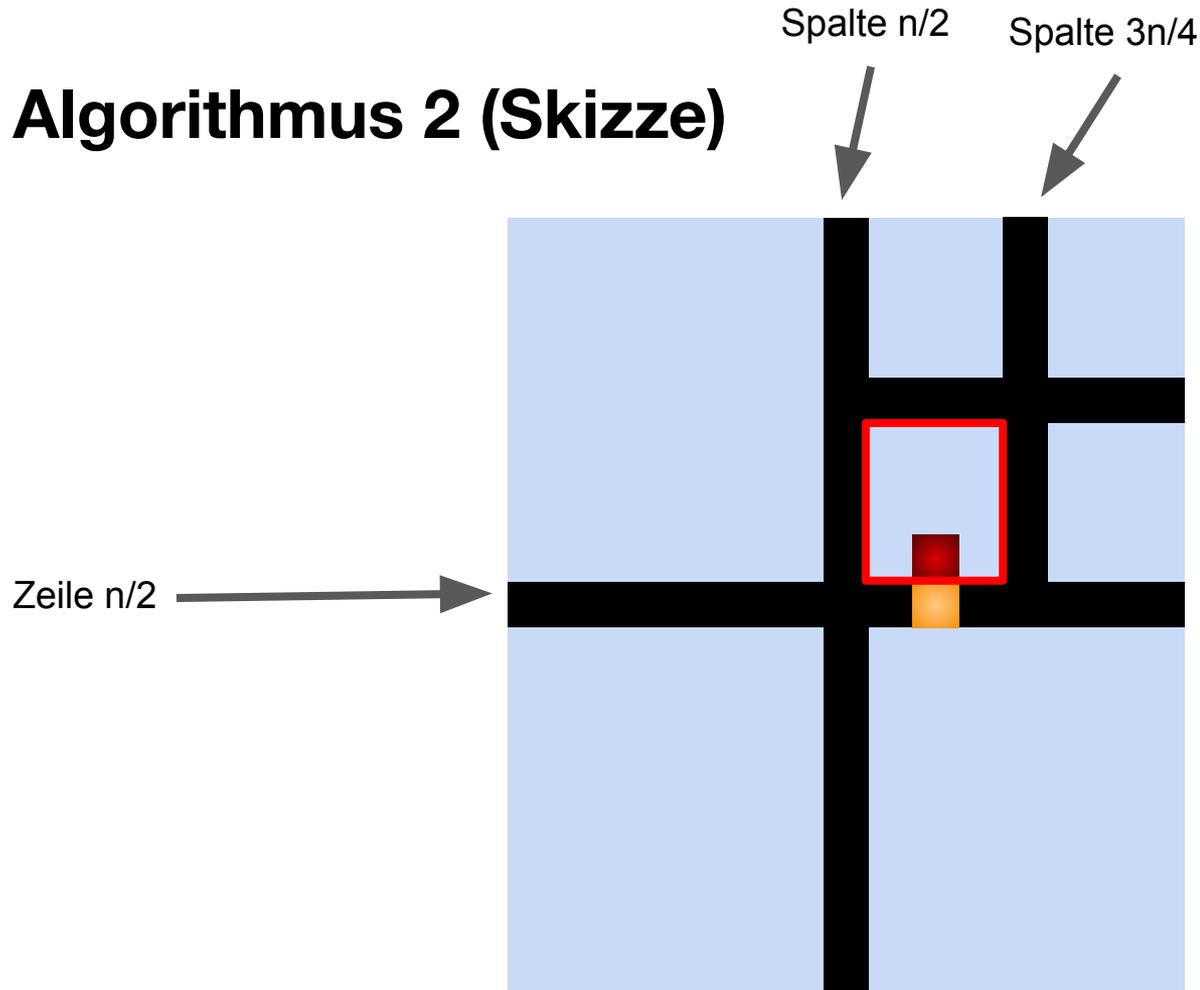


1. Finde Maximum  unter allen schwarzen Einträgen

2. Finde Nachbar  echt größer als .

3. Gehe mit dem Quadranten, der  enthält, in Rekursion.

Algorithmus 2 (Skizze)

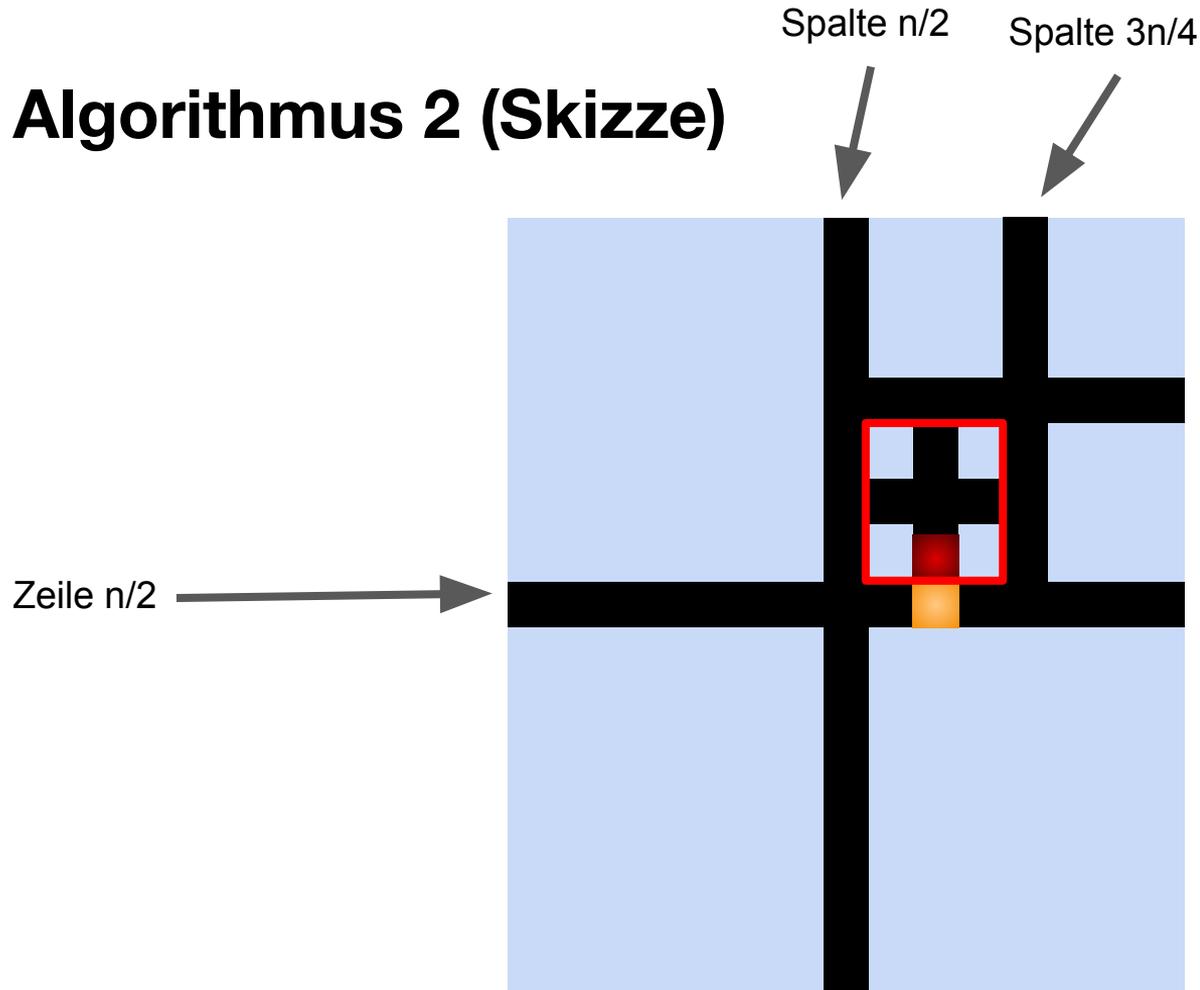


1. Finde Maximum  unter allen schwarzen Einträgen

2. Finde Nachbar  echt größer als .

3. Gehe mit dem Quadranten, der  enthält, in Rekursion.

Algorithmus 2 (Skizze)

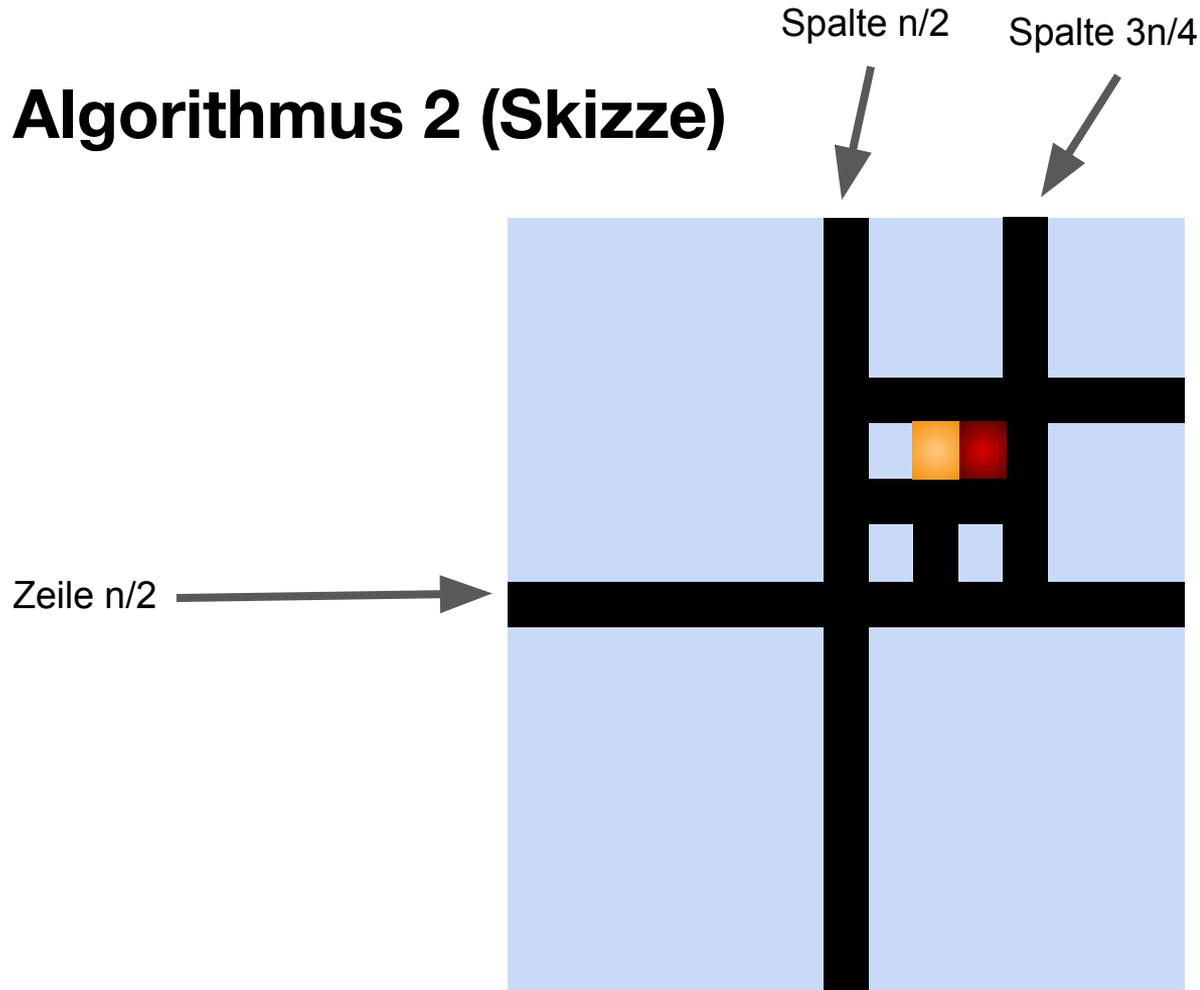


1. Finde Maximum  unter allen schwarzen Einträgen

2. Finde Nachbar  echt größer als .

3. Gehe mit dem Quadranten, der  enthält, in Rekursion.

Algorithmus 2 (Skizze)

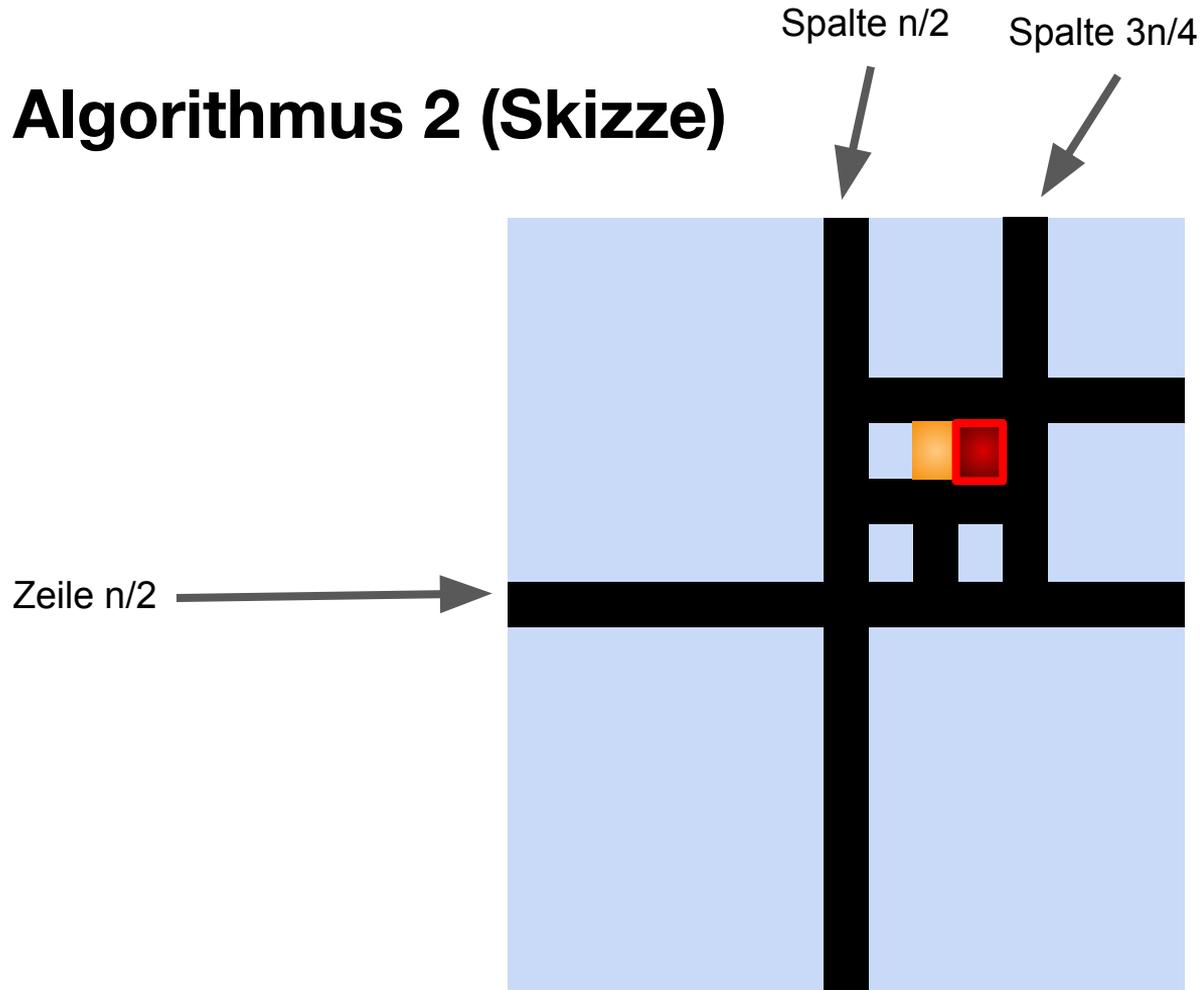


1. Finde Maximum  unter allen schwarzen Einträgen

2. Finde Nachbar  echt größer als .

3. Gehe mit dem Quadranten, der  enthält, in Rekursion.

Algorithmus 2 (Skizze)



1. Finde Maximum  unter allen schwarzen Einträgen

2. Finde Nachbar  echt größer als .

3. Gehe mit dem Quadranten, der  enthält, in Rekursion.

Algorithmus 2 (Korrektheit)

Zu Zeigen: “Der Algorithmus gibt einen Hügel aus.”

Beweis durch Widerspruch:

- Angenommen, die Ausgabe (i,j) von Algorithmus 2 ist kein Hügel.
- Dann ist ein Nachbar von (i,j) größer.
- Dieser Nachbar kann nicht schwarz markiert sein, denn (i,j) ist der maximale schwarze Eintrag.
- Daher wäre Algorithmus 2 in Rekursion gegangen und hätte nicht (i,j) ausgegeben. \downarrow

Plenum Woche 2 · Donnerstag · ALGO1 · SoSe 2023

- Erinnerungsübung
- Schriftliche Aufgabe: 2D-Hügel
- **Arbeit an Übungsaufgaben**



Übungsaufgaben